

文章编号: 1000-7598(2009)09-2575-06

非饱和土二维固结简化计算的研究

曹雪山¹, 殷宗泽²

(1. 河海大学 交通学院, 南京 210098; 2. 河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘要: 针对较高饱和度的非饱和土二维固结问题展开研究。对于较高饱和度的非饱和土, 如饱和度 $S_r > 80\%$ 时, 将孔隙中气、水近似地看作可压缩的气、水混合流体后, 非饱和土近似为土骨架和混合流体的二相土。考虑混合流体的压缩性, 建立混合流体的连续方程。联立平衡方程和混合流体的连续方程, 求出应力-应变和混合流体压力; 再建立水连续方程求解水压力, 继而求出气压力、吸力等。算例表明: 加载和消散过程中, 混合流体与水压力变化基本一致, 气压的作用并不大; 地基变形过程与高速公路填筑过程中地基变形发生规律一致。说明该简化方法是合理的, 并促进了非饱和土固结变形计算走向实用化。

关键词: 非饱和土; 二维固结; 混合流体; 吸力

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Simplified computation of two-dimensional consolidation of unsaturated soils

CAO Xue-shan¹, YIN Zong-ze²

(1. College of Traffic, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The two-dimensional consolidation problem of unsaturated soils is studied. If water and air in the pores can be regarded as a mixed fluid in unsaturated soils with $S_r > 80\%$, the deformations of unsaturated soils become the consolidation process of two-phase with soil skeleton and mixed fluid. Regarding the compressibility of the mixed fluid in pores, mixed fluid continuity equations are established. Then the stress-strain and mixed fluid pressure can be computed by mixed fluid continuity equations and balanced equations. If the suction and pore-air pressure are required, the water continuity equation should be established first to compute the pore-water pressure. A numerical example shows that the pore-air pressure is a minor factor in the consolidation process of unsaturated soils because the changing of the mixed fluid pressure is consistent with that of pore-water pressure; the deformation process is similar to that of embankment construction. Therefore, the approach is reasonable and very important to pragmatize computation of consolidation deformation.

Key words: unsaturated soil; two-dimensional consolidation; mixed fluid; suction

1 引言

从 1936 年国际土力学与基础工程上发表非饱和土研究成果以来, 关于非饱和土的力学性状与强度变形的研究一直在探索之中。究其原因, 是非饱和土问题要比饱和土复杂得多。非饱和土体中流动介质包括水和气两种, 水与气存在相互作用^[1], 气体可压缩, 可溶于水, 体积与压力有关, 又受温度影响, 渗透性也不恒定, 流动非常复杂; 而且气体还影响水的渗透系数, 使水的渗透性也复杂起来。

重塑的非饱和土的饱和渗透系数与土体含水率、基质吸力密切相关^[2]。因此, 对于非饱和土固结问题, 尽管陈正汉^[3]、Barden^[4]、Fredlund^[5]等曾提出了固结方程, 但由于变量多、方程复杂, 很难应用于工程实际中。所以深入认识非饱和土固结机制, 简化非饱和土固结方程是解决非饱和土体固结问题的重要途径。

2 非饱和土的固结分析

非饱和土体在外载作用下, 土中骨架、孔隙水、

收稿日期: 2009-02-10

基金项目: 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合基金项目 (No.50639050)。

第一作者简介: 曹雪山, 男, 1970 年, 博士, 副教授, 主要从事非饱和土固结数值计算、膨胀土边坡稳定性评价与治理设计、地基基础的科研与教学工作。E-mail: caoxueshan_7712@hhu.edu.cn

孔隙气共同承担,但它们承担荷载的机制与饱和土有所不同。在非饱和土中,由于孔隙气的存在,随着土体饱和度不同,气相连通性差异,产生固结变形的机制也不同。对于较高饱和度的非饱和土,如饱和度 $S_r > 80\%$ 时,由于水相占据大孔隙,气的流动主要是跟随水的流动,所以可以将孔隙气、水看成具有可压缩性的混合流体,于是对非饱和土可近似看作土骨架与混合流体的两相体。

对于非饱和土固结机制,不少学者已经作了不少有价值的简化计算研究,并取得了较好的结果。Chang & Duncan^[6]将水与气看作可压缩的混合流体,提出简化的计算方法;殷宗泽在此基础上作了进一步的改进^[7];沈珠江^[8]假设排气率为常量,建立了简化固结理论;魏海云等^[9]也用混合流体的方法简化固结计算。用混合流体的连续性方程来代替分别建立水和气的连续性方程,显然具有其独特的优点,但难以获得吸力。殷宗泽近年来研究可近似求得吸力的计算方法,是一个重要的进展^[10-11],然而仍有缺点。以上各学者研究的成果仅是一维问题,在工程中应用很有限。本文继承了前人的研究成果,改进水连续性方程和混合流体渗透参数的确定,可使水压、气压和吸力的计算更为合理,同时展开了二维问题的研究,实用性更广。

3 非饱和土的固结方程的建立

3.1 混合流体固结方程

对于较高饱和度的非饱和土,如组成土石坝防渗心墙黏土,孔隙气、水近似组成混合流体,则非饱和土即为具有可压缩性流体的两相土。

3.1.1 混合流体压力

根据 Bishop 的有效应力^[12]原理:

$$\{\sigma'\} = \{\sigma'\} + \{M\}u_m \quad (1)$$

式中 u_m 为混合流体压力,是水压 u_w 与气压 u_a 以参数 χ 为权重的加权平均值, $u_m = (1 - \chi)u_a + \chi u_w = u_a - \chi u_s$ 。

式(1)表示总应力由骨架应力和混合流体压力分担。

3.1.2 平衡微分方程

平衡微分方程为

$$[\partial]^T \{\sigma'\} + [\partial]^T \{M\}u_m = \{f\} \quad (2)$$

式中: $\{\sigma'\}$ 为有效应力; $\{f\}$ 为外荷载。

利用本构方程、几何方程,可得以位移和孔隙压力表示的平衡微分方程为

$$-[\partial]^T [D][\partial]\{w\} + [\partial]^T \{M\}u_m = \{f\} \quad (3)$$

3.1.3 孔隙流体连续性方程

由单元体的体积压缩量等于从单元体中排出的气水混合流体体积与残存孔隙流体压缩量之和,得:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{k_m}{\gamma_m} \nabla^2 u_m + \frac{\partial \varepsilon_{vl}}{\partial t} \quad (4)$$

式中: γ_m 为流体的重度; k_m 为混合流体的渗透系数(为常量),假设在 Δt 时间内饱和度不变,流出的混合流体体积 V_m 中水体体积为 $S_r V_m$,因此,可推导出

$$k_m = \frac{k_w}{S_r}$$

残存混合流体的体积压缩是由于流体压力变化引起的,故可表示为

$$\frac{\partial \varepsilon_{vl}}{\partial t} = \frac{1}{B_m} \frac{\partial u_m}{\partial t} \quad (5)$$

式中 B_m 为混合流体的体积压缩模量^[11]。

将上式代入,并将体积应变以位移表示,连续性方程为

$$\{M\}^T \frac{\partial}{\partial t} [\partial]\{w\} - \frac{k_m}{\gamma_m} \nabla^2 u_m + \frac{1}{B_m} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

将其与平衡方程联立,可解位移和混合流体压力 u_m 。

$$\left\{ \begin{aligned} -[\partial]^T [D][\partial]\{w\} + [\partial]^T \{M\}u_m &= \{f\} \\ \frac{\partial}{\partial t} \{M\}^T [\partial]\{w\} - \frac{k_m}{\gamma_m} \nabla^2 u_m + \frac{1}{B_m} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)与饱和土的比奥固结理论公式相比,仅相差一项,因此,可用现有的饱和土的固结程序修改后计算骨架应力和变形。

3.2 水连续性方程

非饱和土中,水的连续性方程为单位土体中水体积的减小等于流出的水量

$$\frac{\partial (\varepsilon_{vw})}{\partial t} = -\frac{1}{\gamma_w} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k_w \frac{\partial u_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_w \frac{\partial u_w}{\partial z} \right) \right) \quad (8)$$

式中: u_w 为超静水压力; ε_{vw} 为水流出引起的体积变化,以体积减小为正,

$$\varepsilon_{vw} = -\frac{\Delta(S_r e)}{1+e_0} = -S_r \frac{\Delta e}{1+e_0} - e \frac{\Delta S_r}{1+e_0} \quad (9)$$

由于

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_v &= -\frac{\Delta e}{1+e_0} \\ \frac{\partial(\varepsilon_{vw})}{\partial t} &= S_r \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{e}{1+e_0} \frac{\partial S_r}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

代入式 (8), 且假定 k_w 不变, 则

$$S_r \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{e}{1+e_0} \frac{\partial S_r}{\partial t} = -\frac{k_w}{\gamma_w} \nabla^2 u_w \quad (11)$$

式中: $S_r \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$ 为饱和度不变时体积压缩所对应的水体积减小量; $-\frac{e}{1+e_0} \frac{\partial S_r}{\partial t}$ 为饱和度减小所对应的水体积减小量; 等号后面为排出的水体积。

饱和度 S_r 之所以变化, 是由于气压 u_a 变化引起了残存气体的体积变化。气体流出是与水的流出同时的, 流出的流体保持了该 Δt 时段前的饱和度。残存气体的体积变化, 就改变了饱和度。以 e 和 S_r 分别为时段 Δt 前的孔隙比和饱和度, Δe_2 为时段 Δt 内排出的流体体积 (包括水和气), Δe_{a1} 为气压变化引起的残存气体的体积变化。则总的土体孔隙体积变化

$$\Delta e = \Delta e_2 + \Delta e_{a1} \quad (12)$$

式中: $S_r \Delta e_2$ 为水体积的变化; $e + \Delta e_2 + \Delta e_{a1}$ 为变化后总的土体孔隙体积; $S_r e + S_r \Delta e_2$ 为水体积。于是饱和度变化量

$$\Delta S_r = \frac{S_r e + S_r \Delta e_2}{e + \Delta e_2 + \Delta e_{a1}} - S_r = -\frac{S_r \Delta e_{a1}}{e + \Delta e_2 + \Delta e_{a1}} \quad (13)$$

而残存气体的体积变化就是残存流体的体积变化

$$\Delta \varepsilon_{va1} = \Delta \varepsilon_{v1} = \frac{-\Delta e_{a1}}{1+e_0} \quad (14)$$

将式 (12)、(14) 代入式 (13), 得

$$\Delta S_r = -\frac{S_r \Delta e_{a1}}{e + \Delta e} \approx \frac{(1+e_0) S_r}{e} \Delta \varepsilon_{v1} \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (11) 则

$$S_r \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - S_r \frac{\partial \varepsilon_{v1}}{\partial t} = -\frac{k_w}{\gamma_w} \nabla^2 u_w \quad (16)$$

将式 (16) 与式 (4) 比较, 并考虑到 $\gamma_m = S_r \gamma_w$, 可得:

$$k_w \nabla^2 u_w = k_m \nabla^2 u_m \quad (17)$$

利用已解得的 u_m 和 u_w , 进而求吸力

$$u_s = \frac{u_m - u_w}{1 - \chi} \quad (18)$$

4 计算实例

设某段公路的非饱和土地基, 厚为 7 m, 下面为基岩, 地下水位 $z = -5$ m。欲在该地基上填筑 7.5 m 高的路堤, 填筑分 2 次进行, 高度分别为 4.5、3 m, 每级加载周期为 20 d, 路基为对称结构, 计算时将路基半幅进行单元划分, 具体如图 1 所示。由于路堤顶需要做不透水的路面结构层, 地基地下为不透水岩基, 因此, 计算中假定路堤底面、路堤顶面不排水, 仅在坡面排水, 排水边界气压始终等于大气压, 水压为 -150 kPa, 吸力等于 150 kPa。采用 Duncken-Chang 非线性 E-B 模型, 计算的路堤填筑土和原地基土的工程指标相同, 其他计算参数如表 1。非饱和地基初始状态下, 路堤内的气压力等于大气压力, 吸力与饱和度满足土-水特征曲线方程, 吸力为负的水压力, 初始水压力为 -41.76 kPa, 饱和度为 93 %。

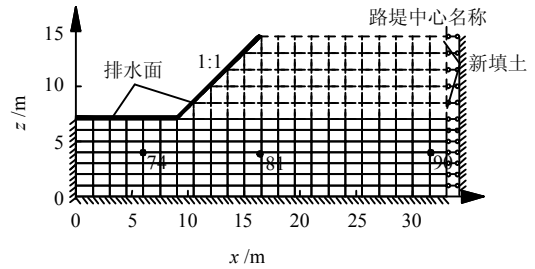


图 1 路堤计算简图

Fig.1 Computed meshes of embankment

根据逐级施加荷载的荷载填筑过程, 荷载由非饱和土的骨架、气、水共同承担, 并产生相应的变形, 应力、位移计算结果如图 2 所示。由于加载作用, 整个非饱和土地基中有效应力增加, 其范围扩大到荷载作用的边缘线之外。水平位移图显示, 较大位移发生加载边缘处, 垂直位移图则在加载坡顶向下位移, 坡脚及其以外有隆起, 反映荷载的扩散效应。影响加载后孔隙压力, 如混合流体压力、孔隙气压力、孔隙水压力等分布的因素主要是荷载分布与边界孔压。对于吸力主要受边界条件的影响。

表 1 路堤填筑土及地基计算参数表

Table 1 Computation parameters of embankment

c /kPa	γ /(kN/m ³)	φ /(°)	R_f	K	n	k_B	M	k_{ur}	e_0	k_w /(cm/s)	S_l /%	λ	u_{sb} /kPa
30	20	35	0.7	150	0.3	300	0.20	300	0.78	10^{-7}	0.15	2	40

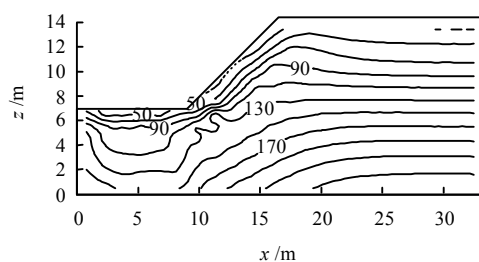
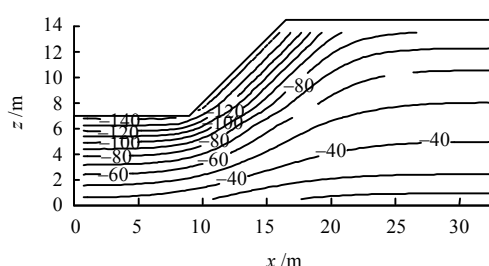
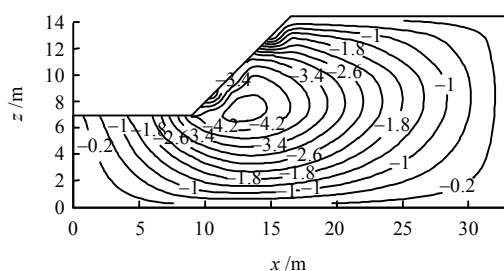
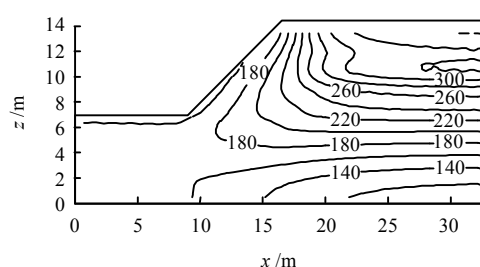
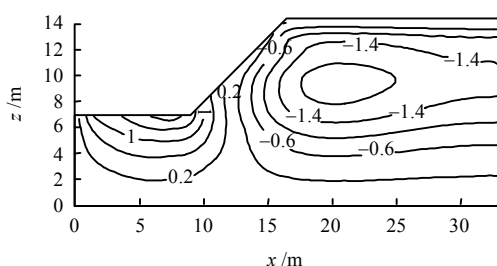
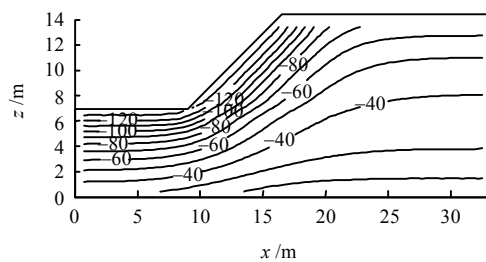
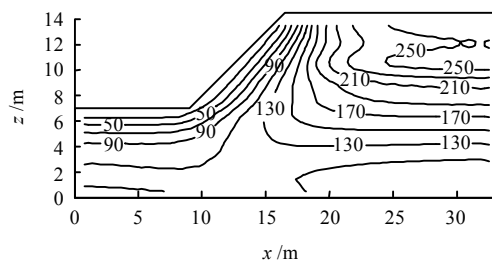
(a) 垂直向有效应力 σ_z /kPa(f) 孔隙水压力 u_w /kPa(b) 水平向位移 w_x /cm(g) 吸力 u_s /kPa(c) 垂直位移 w_z /cm(d) 孔隙混合流体压力 u_m /kPa(e) 孔隙气压力 u_a /kPa

图 2 加载结束后计算结果

Fig.2 Calculation results after loading

图 3 为整个路基加载全过程中有效应力、混合流体压力、水压力、气压力、吸力、水平位移、垂直位移的变化图。为了清楚了解地基在加载过程中的变化情况,选择了 3 个点,具体见图 1。

如图 3 (a)、(b) 所示,随着加载过程的进行,有效应力、气压和吸力迅速增加,但混合流体压力和水压力增加不大,这是由于在加载压密中混合流体是可压缩的,受压后孔隙比减小,气压因气体所占体积减小而上升,于是吸力增加。这个过程中不同位置的有效应力、混合流体压力、气压力、水压力及吸力的反应并不相同,如加载坡脚下及其边缘线之外,有效应力增加较小,这是荷载的扩散效应所致;而加载区内(路基中部),如节点 81 和 90,有效应力增加幅度很大。

加载结束后加载区内的有效应力逐渐减小,如图 3 (a) 所示,说明在孔压消散过程中气压快速消散、吸力快速减小时水压上升,引起混合流体压力增大,于是有效应力减小。但在一定时间(如 3 600 d)后混合流体压力、水压力逐渐转入消散过

程。这种现象在加载区内节点 90 与边界处节点 81、74 表现明显不同, 说明它与排水、排气条件相关, 近边界处节点排气速度快, 孔隙气压、水压、吸力及混合流体压力的增量较小, 而加载区内节点排水、排气路径长, 更能体现混合流体的压缩引起的现象。

在图 3 中, 气压力并不大, 且混合流体与水压力在加载和消散过程中变化基本一致, 说明气压力对土体固结过程的影响不大, 可以将水、气近似看作混合流体。从图 3 (g)、(h) 位移图中可以看出, 在路基分级加载过程中, 不同位置产生的变形是不同的, 坡前发生隆起, 坡后沉降较大。从路基填筑后变形过程看, 施工变形大部分在较短期发生, 而随后的固结变形不大; 施工竣工后位移逐渐减小, 垂直下沉还有所增长, 但增量逐渐减小, 这些与高速公路填筑过程中地基变形发生规律一致。以上说明本文的简化方法是合理的。

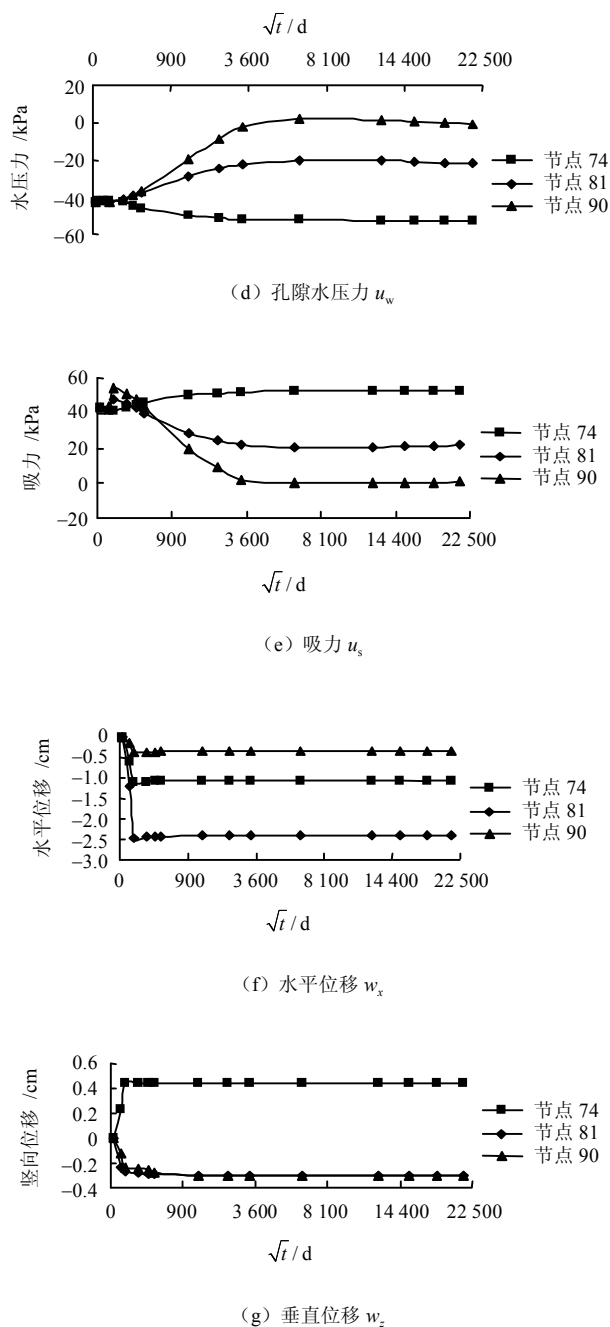
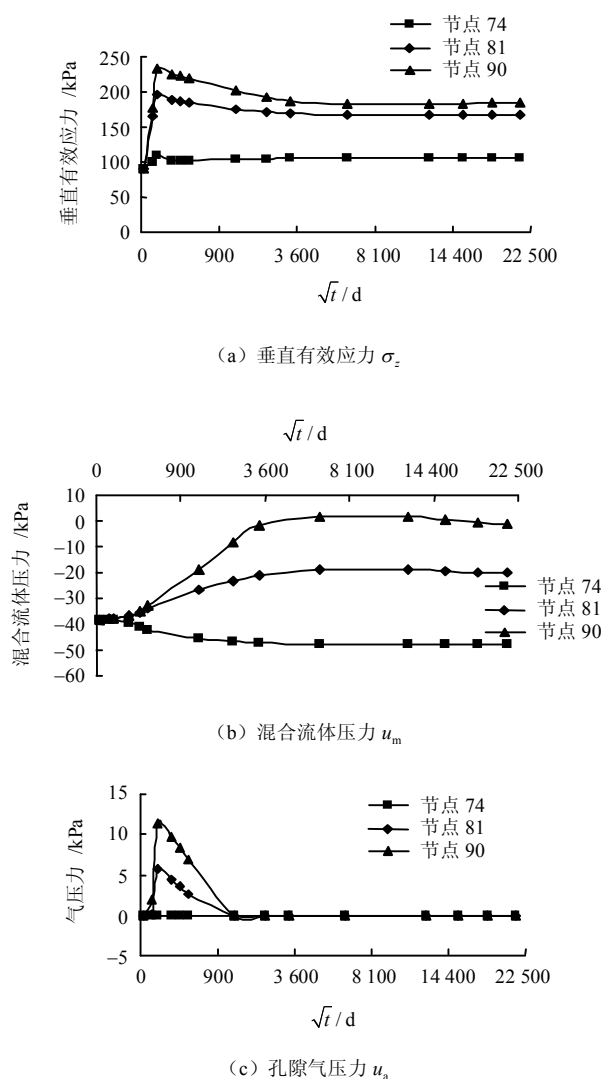


图 3 加载全过程变量与时间的关系图
Fig.3 Variations of σ_z , u_m , u_w , u_a , u_s , w_x , w_z with time

5 结 论

(1) 对于较高饱和度的非饱和土, 如饱和度 $S_r > 80\%$ 时, 可近似将孔隙水和孔隙气看作可压缩的气、水混合流体, 从而可将非饱和土近似看作土骨架和混合流体的二相土。

(2) 在较高饱和度的非饱和土中, 将孔隙水、气看作混合流体, 通过考虑混合流体的压缩性, 建

立平衡微分方程和混合流体的连续方程, 求出应力应变和混合流体压力; 再根据土体中水量与混合流体流量变化建立水连续方程, 求出水压力, 继而求出气压力、吸力等。

(3) 非饱和地基上填筑路基算例表明:

①加载过程中, 荷载有扩散效应。

②加载区节点在加载时有效应力增加很大, 气压和吸力也迅速增加, 加载结束后有效应力逐渐减小, 气压和吸力快速消散, 水压和混合流体压力却在增大, 这种现象的发生与混合流体的可压缩性直接相关, 同时边界处节点表现不明显, 说明还与边界条件相关。

③混合流体与水压力在加载和消散过程中变化基本一致, 说明气压力对土体固结过程的影响不大, 可以将水、气近似看作混合流体。

④路基分级加载变形过程与高速公路填筑过程中地基变形发生规律一致。

参 考 文 献

- [1] 孙冬梅, 朱岳明, 张明进, 等. 考虑气相影响的降雨入渗过程分析研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 1—10.
SUN Dong-mei, ZHU Yue-ming, ZHANG Ming-jin, et al. Analysis of rainfall infiltration process considering influence of pore air pressure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(9): 1—10.
- [2] 高凌霞, 栾茂田, 杨庆, 等. 非饱和和重塑黏土渗透性试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(8): 53—54.
GAO Ling-xia, LUAN Mao-tian, YANG Qing, et al. Experimental study of permeability of unsaturated remolded clays[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(8): 53—54.
- [3] 陈正汉. 非饱和土固结的混合理论 (I) [J]. 应用数学和力学, 1993, 14(2): 127—137.
CHEN Zheng-han. Mixture theory of unsaturated soils consolidation (I) [J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 1993, 14(2): 127—137.
- [4] BARDEN L. Consolidation of compacted and unsaturated clays[J]. **Geotechnique**, 1965, 15(3): 267—286.
- [5] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [6] CHANG C S, DUNCAN J M. Consolidation analysis for partly saturated clay by using an elastic-plastic effective stress-stating model[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1983, 17(7): 39—55.
- [7] YIN Z Z, SUN C L, MIAO L C. Consolidation of unsaturated expansive soils[C]//2nd International Conference on Unsaturated Soils, [S. l.]: [s. n.], 1998: 533—537.
- [8] 沈珠江. 非饱和土简化固结理论及其应用[J]. 水利水电工程学报, 2003, (4): 1—6.
SHEN Zhu-jiang. Simplified consolidation theory for unsaturated soils and its application[J]. **Hydro-Science and Engineering**, 2003, (4): 1—6.
- [9] 魏海云, 詹良通, 陈云敏. 高饱和度非饱和土的压缩和固结特性及其运用[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(2): 264—269.
WEI Hai-yun, ZHAN Liang-tong, CHEN Yun-ming. The compressibility and consolidation of unsaturated soils with high degree of saturation and its application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(2): 264—269.
- [10] 殷宗泽, 凌华. 非饱和土一维固结简化计算[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 633—637.
YIN Zong-ze, LING Hua. Simplified computation of 1D consolidation for partially saturated soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(5): 633—637.
- [11] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007, 3: 350—364.
- [12] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 177—196.